

牛津大學出版社
模擬試 18(I)

數學 必修部分
試卷一
試題答題簿

本試卷必須用中文作答
兩小時十五分鐘完卷

考生須知

1. 在第 1 頁之適當位置寫下你的姓名、班別及班號。
2. 本試卷分三部，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
3. 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。不可在各頁邊界以外位置書寫。寫於邊界以外的答案，將不予評閱。
4. 如有需要，可要求派發方格紙及補充答題紙。每張紙均須寫下你的姓名及填畫試題編號，並用繩縛於簿內。
5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
7. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

© 牛津大學出版社 2018

姓 名	
班 別	()

	由閱卷員填寫	由試卷主席填寫
	閱卷員編號	試卷主席編號
試題編號	積分	積分
1-2		
3-4		
5-6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
總分		

甲部(1) (35 分)

1. 令 c 成為公式 $\frac{a-c}{2} = \frac{a-4b}{3}$ 的主項。 (3 分)

[illegible]

2. 化簡 $\frac{(m^{-2}n^5)^3}{m^6n^{-7}}$ ，並以正指數表示答案。(3 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

3. 量得某座山的高度是 1 250 m，準確至最接近的 m。

- (a) 求該座山的最小可取高度。
(b) 求該量度的相對誤差。

(3 分)

4. 因式分解

- (a) $2x^3 - 5x^2$ ，
(b) $2x^3 - 5x^2 - 8xy^2 + 20y^2$ 。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

5. 某計算機以 \$140 售出，所得的盈利是 \$28。

- (a) 求售出該計算機的盈利百分率。
- (b) 若該計算機是以其標價八折售出，求該計算機的標價。

(4 分)

6. (a) 求滿足 $3 - 5x \leq \frac{9 - 7x}{2} < 8 - 4x$ 的 x 值的範圍。

- (b) 有多少個整數滿足 (a) 部的複合不等式？

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

7. 在某極坐標系中，點 P 和點 Q 的極坐標分別是 $(3, 130^\circ)$ 和 $(4, 280^\circ)$ 。 R 是一點使得 POR 是一條直線和 $PR = 8$ ，其中 O 是極點。

- (a) 寫出 R 的極坐標。
(b) 求 $\triangle PQR$ 的面積。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

8. 在圖 1 中， $ABCD$ 是以 AC 為直徑的圓。 BD 與 AC 相交於點 E 。

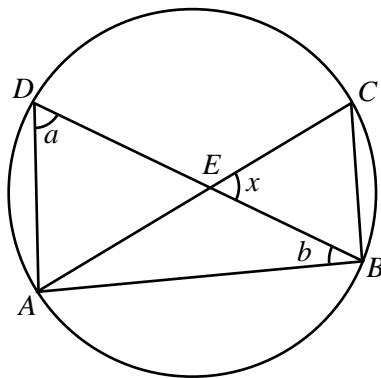


圖 1

- (a) 試以 a 和 b 表示 x 。
(b) 若 $x = 2b$ ， BD 是否該圓的一條直徑？試解釋你的答案。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

9. 某袋中有 m 個紅球、 n 個黃球和 6 個白球。若從該袋中隨機抽出一個球，則所獲得的代幣數目如下表所示。

球的顏色	紅	黃	白
可獲得的代幣數目	7	23	m

已知抽出紅球的概率是 $\frac{5}{8}$ 和所獲得的代幣數目的期望值是 11。

- (a) 求 m 和 n 的值。
 (b) 若用圓形圖表示袋中球的顏色分佈，求代表黃球的扇形的角。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

10. 下面的棒形圖顯示一組學生擁有手錶的數目的分佈，其中 $0 < m < n < 15$ 。已知該分佈的平均數是 1.8。

A bar chart with the following data:

手錶數目 (Number of Watches)	學生人數 (Number of Students)
0	m
1	15
2	27
3	n

- (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

11. 圖 2(a) 顯示一個底半徑是 36 cm 和高是 48 cm 的倒置實心直立圓錐。

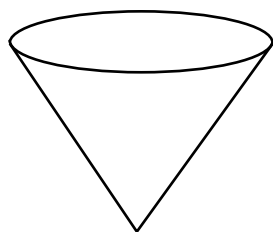


圖 2(a)

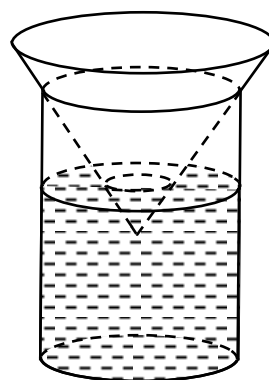


圖 2(b)

- (a) 求該圓錐的曲面面積，答案以 π 表示。 (2 分)
- (b) 把一些水注入一個底半徑是 27 cm 和高是 80 cm 的直立圓柱形容器內，然後把該倒置圓錐鉛垂放置在該容器內，如圖 2(b) 所示。已知該圓錐上乾的曲面面積是 $2\,025\pi\text{ cm}^2$ 。
- (i) 求該圓錐在水面以下的部分的底半徑和高。
- (ii) 某人宣稱該容器內水的體積小於 0.12 m^3 。你是否同意？試解釋你的答案。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

-
- This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

模擬試 18(I) 數學 必修部分 卷一 - 14 -

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

14. 已知 $f(x)$ 的一部分是常數，而另一部分隨 x 正變。假設 $f(7) = 22$ 和 $f(-2) = 4$ 。

(a) 求 $f(x)$ 。 (3 分)

(b) 直線 $L_1: y = f(x)$ 分別與 x 軸和 y 軸相交於點 B 和點 C 。直線 L_2 分別與 L_1 和 y 軸相交於點 M 和點 $D(0, 3)$ 。已知 L_2 的斜率是 $-\frac{1}{2}$ 。

(i) 證明 $BD = CD$ 。

(ii) 設 F 和 P 為兩點使得 C 是 BF 的中點，且 P 不在 L_1 上。求 $\triangle PFM$ 的面積與 $\triangle PBM$ 的面積之比。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

乙部 (35 分)

15. 在某考試中，學生的得分的標準差是 6。建鋒的得分和標準分分別是 71 和 1.5。
- (a) 求該考試的得分的平均數。 (2 分)
- (b) 子樂的標準分是 -2.5。子樂宣稱該考試的得分的分佈域最多是 23。你是否同意？試解釋你的答案。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

圖 4

(2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

- (i) 剛好選出 3 點的 x 坐標是 2 的概率，
(ii) 最少選出 3 點的 x 坐標是 2 的概率。

(3 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

17. 圖 5(a) 顯示一個實心四面體 $ABCD$ ，其中 $BD = CD$ ， $AB = AC = 16$ cm， $AD = 15$ cm 和 $BC = 18$ cm。已知平面 BCD 與平面 ABC 之間的交角是 70° 。

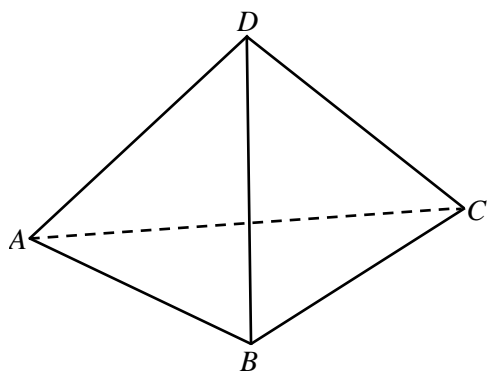


圖 5(a)

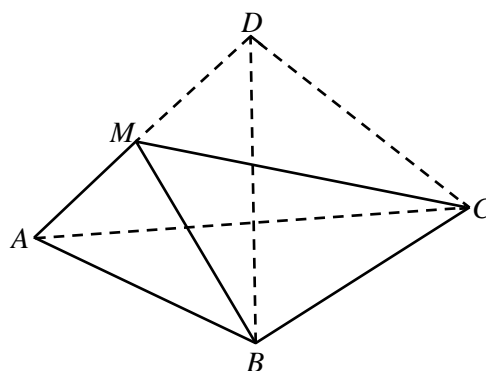


圖 5(b)

- (a) 求直線 AD 與平面 ABC 之間的交角。 (3 分)
- (b) M 是 AD 上的一點。從 $ABCD$ 切去 $MBDC$ 造成一個幾何模型，如圖 5(b) 所示。某昆蟲由 B 沿直線爬行至 M ，然後由 M 沿直線爬行至 C 。該昆蟲的總爬行距離可否小於 27 cm？試解釋你的答案。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

- (c) 設 b_n 為數列 Y 的第 n 項。對於任意正整數 n , $b_n = 1.2^{a_{2n}}$ 。求 k 的最大值使得數列 Y 的首 k 項之積小於 10^{30} 。(3 分)

本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

19. 圓 C 的方程是 $x^2 + y^2 + (k - 4)x + (2 + k)y - 3k - 6 = 0$ ，其中 k 是一個常數。設 r 為 C 的半徑。

(a) (i) 試以 k 表示 r^2 。

(ii) 利用配方法，求當 r 取最小值時 C 的方程。

(4 分)

(b) 將原點記為 O 和在 (a)(ii) 部中所得的圓 C 記為 C_1 。 L 是通過 $P(0, h)$ 且斜率為 m 的直線，其中 $m \neq 0$ 和 $h > 0$ 。已知 L 是 C_1 的切線。

(i) 證明 $m = \frac{9 - h^2}{6h}$ 。

(ii) 設 A 為 C_1 的圓心。 L 與 x 軸相交於點 $Q(q, 0)$ 。某人宣稱若 $\triangle OAP$ 的形心在 C_1 上， $\triangle OPQ$ 的面積必定小於 25。你是否同意？試解釋你的答案。

(8 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

– 試卷完 –

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。